Самарский государственный университет

МЕХАНИКО–МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Специальности: *"математика" и "прикладная математика"*

Письменный вступительный экзамен по математике

17 июля 1998 г.

ВАРИАНТ 1

1. Решить уравнение:

$$(b+1)\sin^2 x + b\cos^2 x = \sin 2x.$$

2. В производстве полимерной смолы итазола предприятие использует синтетическое сырье — иксон, причем масса использованного иксона в 4 раза превышает массу произведенной смолы. Если для производства нужного количества смолы не хватает P тонн иксона, то нехватку сырья можно компенсировать другим видом сырья — зетоном в количестве $\frac{1}{4}P^2$ тонн. Предприятие имеет на складе 2 тонны зетона, а также располагает суммой в 19 тыс. рублей для закупки сырья. Цена зетона на рынке составляет 2 тыс. рублей за тонну, а цена иксона — 6 тыс. рублей за тонну, но при покупке не менее 3 тонн иксона цена снижается до 5 тыс. рублей за тонну. Какое максимальное количество смолы может произвести предприятие?

3. Решить неравенство:

$$\log_x(\sqrt{x} + |\sqrt{x} - 1|) < \log_{x^2}(4\sqrt{x} - 3 + 4|\sqrt{x} - 1|).$$

4. Высота конуса равна диаметру его основания. В конус вписан куб, четыре вершины которого расположены на основании конуса, а четыре — на его боковой поверхности. Найдите отношение объемов конуса и куба.

5. Найти все значения a, при которых решения системы неравенств образуют на числовой оси отрезок длины 2.

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 4 + 4a & \leqslant & 0 \\ x^2 - 4x - a - 1 & \leqslant & 0 \end{cases}$$